

## 第14回 代数群と量子群の表現論研究集会

日時：2011年6月2日(木)～6月5日(日)

場所：国民宿舎 小豆島

〒761-4301 香川県 小豆郡小豆島町池田 1500-4 (0879-75-1115)

有家雄介 (大阪大学情報科学研究科)

**Pseudo-trace functions for orbifold models associated with symplectic fermions (joint work with Kiyokazu Nagatomo)**

頂点作用素代数  $V$  に付随する楕円曲線上の一点関数は、 $V$  の元に上半平面上の正則関数を対応させるある性質をもつ写像です。頂点作用素代数  $V$  が  $C_2$  有限かつ有理的 (加群の圏が半単純性であること) であるとき、一点関数の空間は  $V$  の単純加群上の trace function と呼ばれるもので張られることが Zhu により示されています。また trace function の真空ベクトルでの値は加群の指標と一致します。

有理性を仮定しない頂点作用素代数に付随する一点関数の空間は、pseudo-trace function と呼ばれるもので生成されることが示されています。しかし pseudo-trace function の定義は高次の Zhu 代数と呼ばれる結合代数を用いるもので、具体的な例に対して一点関数を構成することは非常に困難です。

本講演ではまず、Zhu 代数を用いずに pseudo-trace function を定義する方法を解説し、次に symplectic fermionic 頂点作用素超代数の even part として得られる頂点作用素代数の直既約加群上の pseudo-trace function を構成します。さらに得られた pseudo-trace function の真空ベクトルでの値を調べます。その結果として、一点関数の真空での値で定義される一般化された指標の空間と一点関数の空間の次元が異なる場合があることを示します。

安東雅訓, 鈴木武史, 山田裕史 (岡山大学理学部)

次数付き Cartan 行列に関する組合せ論

石井 基裕 (筑波大学大学院 数理物質科学研究科 数学専攻)

一般 Kac-Moody Lie 環の表現のパスモデルとその応用

Kac Moody Lie 環の可積分表現の結晶基底の一つの実現として, Littelmann のパス

模型が知られている。この理論を、一般 Kac Moody Lie 環の場合に拡張する試みが、最近 Joseph Lamprou によってなされた。我々は、彼らが導入したパスモデルを利用し、一般 Kac Moody Lie 環に関する多くの問題を、通常の Kac Moody Lie 環に帰着させる方法を示した。そして、その一般 Kac Moody Lie 環の応用を幾つか与えた。我々が得た主な結果としては、テンソル積加群及び、Levi 部分代数への制限に関する分規則の記述や、Demazure クリスタルの記述とその指標公式がある。

小寺諒介 (東京大学大学院数理科学研究科)

**Ext<sup>1</sup> for simple modules over  $U_q(L\mathfrak{sl}_2)$**

量子ループ代数の有限次元既約表現に対してその 1 次の Ext 群を計算することを考える。最も簡単な  $\mathfrak{sl}_2$  の場合でも完全な結果は知られていないが、Chari -Pressley による既約表現のテンソル積の分解公式と簡単なホモロジー代数、および元の作用の具体的な計算とを組み合わせることで部分的には計算が可能である。例えば、自明表現との間に非自明な拡大を持つ既約表現を決定できる。講演ではまずこの結果について紹介し、後半では一般の量子ループ代数に対してはどのようなアプローチが可能かについて話したい。

木村嘉之 (京都大学数理解析研究所)

**Quantum unipotent subgroup and dual canonical base**

Geiss-Leclerc-Schroer による preprojective algebra の表現論の研究によって、複素半単純代数群 (や一般に Kac-Moody 群) の冪単部分群の座標環には、クラスター代数の構造が定まり、またそのクラスター代数構造は、Lusztig による双対半標準基底との整合性が知られている。Geiss-Leclerc-Schroer らの結果の量子化というべき予想とそれに関連する双対標準基底に関する結果について述べたい。

阿部紀行 (北海道大学)

**対称空間のコンパクト化による Jacquet 加群の幾何学的実現について**

九州大学の三枝氏との共同研究により、対称空間のコンパクト化とその変形の上で隣接輪体関手を用いることで、Jacquet 加群の幾何学的な実現が得られることがわかったので、それについて紹介する。

加瀬遼一 (大阪大学)

A 型及び D 型道代数における傾籐の辺の個数について

ある基本的傾加群から別の基本的傾加群を作る変異という操作があるが、傾籐とは基本的傾加群を頂点とし、変異元から変異先へと有向辺を引く事により得られる籐である。今、代数閉体上の有限次元道代数において傾籐が有限型であることと道代数が Dynkin 型であることが同値となることが知られており、頂点の個数は Fomin-Zelevinski の論文等で得られている。今回の講演では道代数の傾斜籐の辺の個数が代数を定める籐の辺の向き付けによらないこと及び A 型、D 型の場合の具体的な辺の個数について紹介し、証明の概略を述べたいとおもう。なお、これは arXiv:1101.4747 で公表している内容である。

飯島和人 (名古屋大学大学院多元数理科学研究科・理学部数理学科)

**A COMPARISON OF  $q$ -DECOMPOSITION NUMBERS IN THE  $q$ -DEFORMED FOCK SPACES OF HIGHER LEVELS**

The  $q$ -deformed Fock spaces of higher levels were introduced by Jimbo-Misra-Miwa-Okado. The  $q$ -decomposition matrix is a transition matrix from the standard basis to the canonical basis defined by Uglov in the  $q$ -deformed Fock space. In this talk, we show that parts of  $q$ -decomposition matrices of level  $\ell$  coincides with that of level  $\ell - 1$  under certain conditions of multicharge.

谷崎俊之 (大阪市立大学)

有限  $W$  代数入門

榎本 直也 (京都大学 理学研究科 数学教室)

曲面の写像類群に付随する Johnson 余核の  $Sp$ -加群構造について (佐藤隆夫氏 (東京理科大) との共同研究)

境界を 1 つ持つ種数  $g$  の向き付けられたコンパクトリーマン面  $\Sigma_{g,1}$  の写像類群  $M_{g,1}$  は、 $H_1(\Sigma_{g,1}, \mathbb{Z})$  に自明に作用する Torelli 部分群とよばれる部分群を持ち、その商は  $Sp(2g, \mathbb{Z})$  と同型になる。Torelli 部分群の Johnson filtration の次数商を自由 Lie 代数の微分代数へ移す Johnson 準同型は、Torelli 部分群の構造を調べるための重要な道具のひとつであり、言わば Torelli 群の近似物を記述していると考えられる。その後、森田茂之氏によって Johnson 準同型の像がある次数付き部分 Lie 代数  $\mathfrak{h}_{g,1}$  に埋め込まれることが

示され、その余核の次数  $k$ -部分 ( $k$ : 奇数) に  $Sp$ -既約表現  $[k]$  が含まれることがわかった。これは森田障害と呼ばれている。本講演では、自由群の自己同型群における Johnson 準同型とその余核の  $GL$  (あるいは  $Sp$ ) -構造をもとに、写像類群の Johnson 余核に現れる既約成分のあるクラスについて紹介し、具体的に、 $Sp$ -既約表現  $[1^k]$  が次数  $k$ -部分 ( $k \equiv 1 \pmod{4}$ ) に重複度 1 で現れることを述べたい。

直井克之 (東京大学大学院数理科学研究科)

**Demazure module, Demazure crystal と  $X = M$  予想**

アブストラクト:  $X = M$  予想は、Kirillov-Reshetikhin crystal から得られる 1-dimensional sum と呼ばれる多項式とルート系のデータから得られる fermionic form と呼ばれる多項式が等しい、という予想であり、Kirillov-Reshetikhin module の分解公式の  $q$ -analog というべきものである。この予想は  $A_n^{(1)}$  型に対してはすでに証明されているが、それ以外の型では未解決である。今回の講演では、Demazure module と呼ばれる Borel subalgebra の表現およびその crystal basis (Demazure crystal) を用いることで、 $D_n^{(1)}$  型の場合に  $X = M$  予想が証明できる、という結果についてお話しする。

和田堅太郎 (信州大学)

**Induction and Restriction Functors for Cyclotomic  $q$ -Schur Algebras.**

異なるランクの cyclotomic  $q$ -Schur 代数の有限次元加群のなす圏の間に誘導, 制限関手を定義し, その性質を調べます。特に, Weyl 加群に対するこれらの関手の性質を調べることによって (現時点では, いくつかの条件のもとで) cyclotomic  $q$ -Schur 代数の有限次元加群のなす圏が Fock space を圏化することを示します。これは, Shan, Gordon-Martino によって得られている有理 Cherednik 代数の圏  $\mathcal{O}$  を用いた Fock space の圏化の ”ドミナント版” にあたります。今回の結果と有理 Cherednik 代数との関係についても触れたいと思います。