3.3.5 演習問題 VIII の略解

略解 3.3.1. 直線の方程式は以下のとおり。

(1) $2x-y=-3$ (2) $x+2y=3$ (3) $x+y=1$ (4) $x+4y=-1$

(5) $x+2y=4$ (6) $3x-7y=-1$ (7) $2x-y=3$ (8) $7x+3y=17$

直線のベクトル方程式は以下のとおり。ただし、t はパラメーターとする。

(1) $(x,y)=(0,3)+t(1,2)$ (2) $(x,y)=(-1,2)+t(2,-1)$

(3) $(x,y)=(-2,3)+t(-5,5)$ (4) $(x,y)=(3,-1)+t(4,-1)$

(5) $(x,y)=(0,2)+t(2,-1)$ (6) $(x,y)=(0,\frac{1}{7})+t(1,\frac{3}{7})$

(7) $(x,y)=(0,-3)+t(1,2)$ (8) $(x,y)=(0,\frac{17}{3})+t(1,-\frac{7}{3})$

♣ **補足** パラメーターを少し変えれば分数を解消することも可能である。

略解 3.3.2. 直線の方程式は以下のとおり。

(1) $x=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z}{3}$ (2) $\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ (3) $\dfrac{x+2}{-5}=\dfrac{y-3}{5}=\dfrac{z-1}{3}$

(4) $\dfrac{x-3}{4}=\dfrac{y+1}{-1}, z=-5$ (5) $x-2=\dfrac{y-1}{2}=z+1$ (6) $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{5}=\dfrac{z}{-2}$

(7) $\dfrac{x}{4}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z}{2}$ (8) $\dfrac{x-2}{2}=y-1=\dfrac{z+3}{-3}$

直線のベクトル方程式は以下のとおり。ただし、t はパラメーターとする。

(1) $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=t\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ (2) $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\-1\\2\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\-1\\-1\end{pmatrix}$

(3) $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2\\3\\1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}-5\\5\\3\end{pmatrix}$ (4) $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}3\\-1\\-5\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}4\\-1\\0\end{pmatrix}$

(5) $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\1\\-1\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}1\\2\\1\end{pmatrix}$ (6) $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\1\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}3\\5\\-2\end{pmatrix}$

(7) $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=t\begin{pmatrix}4\\-3\\2\end{pmatrix}$ (8) $\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\1\\-3\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}2\\1\\-3\end{pmatrix}$

略解 3.3.3. (1) $\overrightarrow{\mathrm{OP}_1} = \dfrac{1\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 2\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2+1} = \dfrac{(1,2)+2(5,-1)}{3} = \dfrac{1}{3}(11,0)$

(2) $\overrightarrow{\mathrm{OP}_2} = \dfrac{-3\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 2\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{2-3} = \dfrac{-3(1,2)+2(5,-1)}{-1} = (-7,8)$

(3) $\overrightarrow{\mathrm{OP}_3} = \dfrac{1\overrightarrow{\mathrm{OC}} + 3\overrightarrow{\mathrm{OD}}}{3+1} = \dfrac{(-1,-2,3)+3(1,3,-1)}{4} = \dfrac{1}{4}(2,7,0)$

(4) $\overrightarrow{\mathrm{OP}_4} = \dfrac{-5\overrightarrow{\mathrm{OC}} + 3\overrightarrow{\mathrm{OD}}}{3-5} = \dfrac{-5(-1,-2,3)+3(1,3,-1)}{-2} = \dfrac{1}{2}(-8,-19,18)$

略解 3.3.4. (1) 線分の内分点の定理より

$$\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \frac{2\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OC}}}{3} = (1,-2,2), \quad \overrightarrow{\mathrm{OR}} = \frac{\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 2\overrightarrow{\mathrm{OC}}}{3} = (0,-1,4)$$

が解るので、整理すると

$$2\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OC}} = (3,-6,6), \quad \overrightarrow{\mathrm{OA}} + 2\overrightarrow{\mathrm{OC}} = (0,-3,12)$$

である。これを解くと、$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = (2,-3,0)$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}} = (-1,0,6)$ となる。

また、点 B は線分 AP を 2:1 に外分した点なので、

$$\overrightarrow{\mathrm{OB}} = \frac{-\overrightarrow{\mathrm{OA}} + 2\overrightarrow{\mathrm{OP}}}{2-1} = \frac{-(2,-3,0)+2(3,-1,-1)}{1} = (4,1,-2)$$

となる。

以上より、求める 3 頂点の座標は A$(2,-3,0)$, B$(4,1,-2)$, C$(-1,0,6)$ である。

(2) 線分の内分点、外分点の定理より

$$\overrightarrow{\mathrm{OP}} = \frac{\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}}}{1+1}, \overrightarrow{\mathrm{OQ}} = \frac{\overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{OC}}}{1+1}, \overrightarrow{\mathrm{OR}} = \frac{\overrightarrow{-\mathrm{OC}} + 2\overrightarrow{\mathrm{OA}}}{2-1}$$

なので、

$$\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \overrightarrow{\mathrm{OB}} = (6,2,4), \overrightarrow{\mathrm{OB}} + \overrightarrow{\mathrm{OC}} = (4,0,2), \overrightarrow{-\mathrm{OC}} + 2\overrightarrow{\mathrm{OA}} = (7,3,9)$$

である。

これを解くと、各頂点の座標は A$(5,1,7)$, B$(1,1,-3)$, C$(3,-1,5)$ である。

略解 3.3.5. (1) 6　　(2) 16　　(3) -6　　(4) 36　　(5) 66